

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Т. А. ДЕНИСЕНКО, Н. М. КУРНОСЕНКО,
Д. А. ХОДАНОВИЧ

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Задания к контрольным работам
для студентов заочного факультета
специальности 1-53 01 02
«Автоматизированные системы
обработки информации»

Гомель
УО «ГГУ им. Ф. Скорины»
2009

УДК 510(075.8)
ББК 22.11я73
Д 332

Рецензент:

кафедра высшей математики учреждения образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Рекомендовано к изданию научно-методическим
советом учреждения образования «Гомельский
государственный университет имени Франциска
Скорины»

Денисенко, Т. А.

Д 332 Высшая математика: задания к контрольным работам для студентов заочного факультета специальности 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации» / Т. А. Денисенко, Н. М. Курносенко, Д. А. Ходанович; М-во образ. РБ, Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. — Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2009. — 23 с.

Сборник заданий к контрольным работам составлен в соответствии с учебной программой курса «Высшая математика» для студентов заочного факультета специальности 1-53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации».

УДК 510(075.8)
ББК 22.11я73

© Денисенко Т. А., Курносенко Н. М.,
Ходанович Д. А., 2009
© УО «Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины», 2009

Содержание

Введение	4
Требования к оформлению контрольных работ	5
Контрольная работа 1	6
Контрольная работа 2	12
Контрольная работа 3	18
Литература	23

Введение

Одним из важнейших направлений развития современной высшей школы Республики Беларусь является совершенствование специальной подготовки будущих специалистов. В связи с этим в работе со студентами заочного факультета главным средством обучения является систематическая, самостоятельная работа во внеаудиторное время. Обязательным элементом учебного процесса является выполнение письменной контрольной работы.

Контрольная работа в системе заочного обучения является одной из форм активизации самостоятельной работы студентов в межсессионный период, ее подготовка требует от студента самостоятельного изучения научной и учебной литературы. В соответствии с учебным планом студенты заочного факультета специальности «Автоматизированные системы обработки информации» выполняют три контрольные работы по дисциплине «Высшая математика». Цель выполнения контрольных работ:

- закрепление и углубление теоретических знаний по дисциплине;
- развитие навыков самостоятельной творческой работы по приложению теории к решению практических задач.

Выполнение контрольных работ осуществляется по вариантам.

Требования к оформлению контрольных работ

При выполнении контрольных работ студент должен строго придерживаться указанных ниже требований.

1 Номер выполняемого студентом варианта должен совпадать с последней цифрой номера его зачетной книжки (если последняя цифра есть 0, то выбирается вариант номер 10).

2 Контрольную работу следует выполнять в ученической тетради в клетку, оставляя поля для замечаний рецензента.

3 Решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя последовательность задач.

4 Перед решением каждой задачи необходимо полностью выписать ее условие, заменяя общие данные конкретными из соответствующего варианта.

5 Решения задач нужно излагать подробно и записывать аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые чертежи.

6 Студент должен представить контрольную работу на рецензирование не позднее установленного графиком учебного процесса срока. Рецензирование и защита контрольной работы проводится в соответствии с «Положением о контрольной работе студента заочного факультета и порядке ее рецензирования».

7 Все сделанные рецензентом замечания студент обязан учесть и внести в работу необходимые исправления и дополнения.

Студенты, не получившие зачета по контрольной работе, к экзамену по соответствующей дисциплине не допускаются.

Контрольная работа 1

1 Даны координаты вершин треугольника ABC . Найдите: 1) длину стороны AB ; 2) уравнения сторон AB и AC и их угловые коэффициенты; 3) уравнения медиан, проведенных из вершин A и B , и точку пересечения медиан; 4) угол A в радианах с точностью до двух знаков; 5) уравнение высоты CT , проведенной из вершины C , и длину этой высоты.

	A	B	C
1.1	(-4,6)	(8,-10)	(11,11)
1.2	(-6,8)	(6,-8)	(9,13)
1.3	(-8,10)	(4,-6)	(7,15)
1.4	(-10,4)	(2,-12)	(5,9)
1.5	(-2,7)	(10,-9)	(13,12)
1.6	(-5,9)	(7,-7)	(10,14)
1.7	(-3,11)	(9,-5)	(12,16)
1.8	(-7,13)	(5,-3)	(8,18)
1.9	(-11,12)	(1,-4)	(4,17)
1.10	(-9,5)	(3,-11)	(6,10)

2 Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$. Выполните следующие задания: 1) запишите векторы \overline{AB} , \overline{AC} , и \overline{AD} в системе орт и найдите модули этих векторов; 2) найдите угол между векторами \overline{AB} и \overline{AC} ; 3) найдите проекцию вектора \overline{AD} на вектор \overline{AB} ; 4) найдите площадь грани ABC ; 5) найдите объем пирамиды $ABCD$.

	A	B	C	D
2.1	(-3,1,8)	(1,3,4)	(7,12,10)	(0,-5,2)
2.2	(-5,-4,1)	(-1,-2,-3)	(5,7,3)	(-2,-10,-5)
2.3	(-2,-3,4)	(2,-1,0)	(8,8,6)	(1,-9,-2)
2.4	(-4,2,-2)	(0,4,-6)	(6,13,0)	(-1,-4,-8)
2.5	(-1,-1,0)	(3,1,-4)	(9,10,2)	(2,-7,-6)
2.6	(0,-2,5)	(4,0,1)	(10,9,7)	(3,-8,-1)
2.7	(1,3,2)	(5,5,-2)	(11,14,4)	(4,-3,-4)

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
2.8	(-6,0,6)	(-2,2,2)	(4,11,8)	(-3,-6,0)
2.9	(-8,-5,-3)	(-4,-3,-7)	(2,6,-1)	(-5,-11,-9)
2.10	(2,4,3)	(6,6,-1)	(12,15,5)	(5,-2,-3)

3 Даны координаты точек *A*, *B*, *C* и *M*. Найдите: 1) уравнение плоскости *Q*, проходящей через точки *A*, *B* и *C*; 2) канонические уравнения прямой, проходящей через точку *M* перпендикулярно плоскости *Q*; 3) точки пересечения полученной прямой с плоскостью *Q* и с координатными плоскостями *Oxy*, *Oxz*, *Oyz*.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>M</i>
3.1	(2,-1,7)	(-1,1,5)	(-3,2,3)	(-2,6,-5)
3.2	(-1,2,7)	(0,-2,1)	(2,-2,5)	(2,10,-7)
3.3	(0,-3,-1)	(-3,5,9)	(4,-3,7)	(-4,4,-4)
3.4	(-4,3,3)	(-2,0,1)	(1,-2,3)	(4,12,-8)
3.5	(5,-4,7)	(0,-3,-1)	(3,-1,9)	(-10,-2,-1)
3.6	(0,-2,1)	(1,3,-6)	(-2,-5,1)	(6,2,-3)
3.7	(-1,-1,-4)	(5,6,0)	(0,-3,3)	(-6,10,1)
3.8	(2,1,1)	(2,3,-3)	(4,0,9)	(12,-2,-5)
3.9	(-3,-5,-2)	(0,-5,7)	(3,4,-2)	(-9,12,2)
3.10	(3,3,0)	(-4,-5,-5)	(2,0,3)	(15,-4,-6)

4 Найдите указанные пределы.

- 4.1 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 + 4x + 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 2x - 8}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 1}{x^2 + 2x - 5}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2}-2}{x^2-4}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 2x$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x-1}\right)^{4x+1}$.
4.2 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 1}{x^2 - x - 2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 - x - 1}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + x - 5}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4}-1}{\sqrt{3-2x}-3}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x+4}\right)^{2x-1}$.

- 4.3 1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - 5x + 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 3x^2 - 8}{3x^2 - 8x + 4}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x - 1}{3x^3 + x^2 - 4}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x})$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 6x}{2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{3x-4}$.
- 4.4 1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 4}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - 3x - 4}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x - 3}$; 4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} - 2}{x^2 - 4}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+5}\right)^{4-x}$.
- 4.5 1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 4x + 5}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{7x - x^2 - 12}{2x^2 - 11x + 15}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x + 4}$; 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x-1}\right)^{x+2}$.
- 4.6 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 1}{2x^2 - 3x - 5}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3 - 8x - 3x^2}{x^2 + x - 6}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x - 3}{x^3 + 3x + 1}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{2x+1} - 3}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\sqrt{1 - \cos 4x}}{\sin^2 3x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+5}\right)^{3x-2}$.
- 4.7 1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x + 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{4 - 3x - x^2}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 8x + 1}{3x^2 - x + 4}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{2 - \sqrt{x+1}}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x+2}\right)^{2x-4}$.
- 4.8 1) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x + 1}{x^2 + 2x - 3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 17x + 35}{x^2 - x - 20}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^3 + 3x - 4}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{\sqrt{x+4} - 2}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\operatorname{tg} 2x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1}\right)^{4-x}$.
- 4.9 1) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 5x + 2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{9x - 2x^2 - 10}{x^2 - x - 2}$;
3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 3}$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{\sqrt{4 - x^2} - 2}$;
5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x}$; 6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x-1}\right)^{1-3x}$.
- 4.10 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 4}$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^3 + 1}$;

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-3x-x^2}{2x^2+x-1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{5-\sqrt{x^2+9}}{\sqrt{2x+1}-3};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 2x}; \quad 6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x-4}\right)^{1-6x}.$$

5 Даны две матрицы A и B . Вычислите: 1) определители $\det A$ и $\det B$; 2) сумму $A+B$ и разность $2A-3B$; 3) обратную матрицу A^{-1} для матрицы A ; 4) произведения AB , BA , $A^{-1}A$ и AA^{-1} .

$$5.1 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5.2 \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$5.3 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$5.4 \quad A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$5.5 \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5.6 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$5.7 \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$5.8 \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$5.9 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$5.10 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

6 Исследуйте систему на совместность. Совместную систему решите: 1) методом Гаусса; 2) по правилу Крамера; 3) матричным методом.

$$6.1 \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases} \quad 6.2 \quad \begin{cases} 2x_1 + 5x_3 = 3, \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = -10. \end{cases}$$

$$6.3 \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 12. \end{cases} \quad 6.4 \quad \begin{cases} 5x_2 + x_3 = -6, \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 = -7, \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -8. \end{cases}$$

$$6.5 \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12. \end{cases} \quad 6.6 \quad \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 = -5, \\ -5x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 4x_1 + 5x_3 = -10. \end{cases}$$

$$6.7 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9. \end{cases} \quad 6.8 \quad \begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ -x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -3x_1 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$6.9 \quad \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12. \end{cases} \quad 6.10 \quad \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = -5, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -6, \\ x_1 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

7 Составьте канонические уравнения: 1) эллипса; 2) гиперболы; 3) параболы. Сделайте рисунки. В условии задачи используются следующие обозначения: A, B — точки, лежащие на кривой, F — фокус, a — большая (действительная) полуось, b — малая (мнимая) полуось, ε — эксцентриситет, $y = \pm kx$ — уравнения асимптот гиперболы, D — директриса кривой, $2c$ — фокусное расстояние.

7.1 1) $b = 15, F(-10, 0)$; 2) $a = 13, \varepsilon = \frac{14}{13}$; 3) $D: x = -4$.

7.2 1) $b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$; 2) $a = 7, \varepsilon = \frac{\sqrt{85}}{7}$; 3) $D: x = 5$.

7.3 1) $A(3, 0), B(2, \frac{\sqrt{5}}{3})$; 2) $k = \frac{3}{4}, \varepsilon = \frac{5}{4}$; 3) $D: y = -2$.

7.4 1) $\varepsilon = \frac{\sqrt{21}}{5}, A(-5, 0)$; 2) $A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$; 3) $D: y = 1$.

7.5 1) $2a = 22, \varepsilon = \frac{\sqrt{57}}{11}$; 2) $k = \frac{2}{3}, 2c = 10\sqrt{13}$; 3) ось

симметрии Ox и $A(27, 9)$.

7.6 1) $b = \sqrt{15}$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{10}}{25}$; 2) $k = \frac{3}{4}$, $2a = 16$; 3) ось симметрии Ox и $A(4, -8)$.

7.7 1) $a = 4$, $F(3, 0)$; 2) $b = 2\sqrt{10}$, $F(-11, 0)$; 3) $D: x = -2$.

7.8 1) $b = 4$, $F(9, 0)$; 2) $a = 5$, $\varepsilon = \frac{7}{5}$; 3) $D: x = 6$.

7.9 1) $A(0, \sqrt{3})$, $B(\sqrt{\frac{14}{3}}, 1)$; 2) $k = \frac{\sqrt{21}}{10}$, $\varepsilon = \frac{11}{10}$; 3) $D: y = -4$.

7.10 1) $\varepsilon = \frac{7}{8}$, $A(8, 0)$; 2) $A(3, -\sqrt{\frac{3}{5}})$, $B(\sqrt{\frac{13}{5}}, 6)$; 3) $D: y = 4$.

Контрольная работа 2

- 1 Найдите производные заданных функций, пользуясь правилами дифференцирования.
- 1.1 1) $y = \frac{3-x}{\sqrt{2+x}}$; 2) $y = (\sqrt[5]{x^2} + 3^{\sin x})^2$;
3) $y = (\sin x)^{\cos x}$; 4) $e^x(x + \sin y) - e^y = 0$;
5) $\begin{cases} x = a \cos^2 t, \\ y = b \sin^2 t. \end{cases}$
- 1.2 1) $y = \ln x \cdot \sin x$; 2) $y = \arcsin(\sqrt{\cos x})$;
3) $y = (\sin x)^x$; 4) $y \sin x - x \cos y = 0$;
5) $\begin{cases} x = t + \ln \sin t, \\ y = t - \ln \cos t. \end{cases}$
- 1.3 1) $y = \frac{5-x}{\sqrt{x^2+1}}$; 2) $y = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$;
3) $y = (\ln x)^{\operatorname{tg} x}$; 4) $\operatorname{arctg} y + x - y = 0$;
5) $\begin{cases} x = \sin t^2, \\ y = \cos t^2. \end{cases}$
- 1.4 1) $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$; 2) $y = (2^{\operatorname{tg} x} + \arcsin 3x)^3$;
3) $y = (\operatorname{tg} x)^{\sin x}$; 4) $\cos(xy) - 2x = 0$;
5) $\begin{cases} x = t^2 + 3 \sin t, \\ y = t^2 - 3 \cos t. \end{cases}$
- 1.5 1) $y = x^3 \sin x$; 2) $y = (2^{\sin x} - \sqrt{1+x})^4$;
3) $y = (\sqrt{x})^x$; 4) $x \ln y - y \ln x + 2 = 0$;
5) $\begin{cases} x = \sin t - \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$
- 1.6 1) $y = \sqrt{x} \cos x$; 2) $y = (\sin x^2 - \cos x^2)^2$;
3) $y = x^{\sqrt{x}}$; 4) $y^2 \sin x - x^2 \cos y = 0$;
5) $\begin{cases} x = \ln t^2 - e^t, \\ y = t^3 - \sin t. \end{cases}$
- 1.7 1) $y = x^5 \sin x + 2e^x$; 2) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;
3) $y = x^{\operatorname{arctg} x}$; 4) $\sin y^2 - x \ln y + 3x = 0$;

- 5) $\begin{cases} x = e^{t^2} + 2t, \\ y = \sin t^3 - 3t. \end{cases}$
- 1.8 1) $y = 2^x + \frac{x-1}{x+2}$; 2) $y = \sin(\arccos \sqrt{x})$;
 3) $y = (\operatorname{arctg} x)^x$; 4) $y^2 \sin x + e^y \cos x + 2x = 0$;
- 5) $\begin{cases} x = \ln \sin t, \\ y = \ln \cos t. \end{cases}$
- 1.9 1) $y = \frac{x^2+3}{x-1}$; 2) $y = \ln \sqrt[3]{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$;
 3) $y = (\sin x)^{2^x}$; 4) $y^2 \sin y - x^3 + 3y = 0$;
- 5) $\begin{cases} x = e^{\sin t}, \\ y = e^{\cos t}. \end{cases}$
- 1.10 1) $y = \frac{3x+2}{x^2-1}$; 2) $y = \sin(\operatorname{tg} x^2)$;
 3) $y = (\arcsin x)^{x^2}$; 4) $xy^2 - e^y + 3x = 0$;
- 5) $\begin{cases} x = t^2 - \sin t, \\ y = e^{t^2}. \end{cases}$

2 Найдите приближенное значение указанных величин с помощью дифференциалов соответствующих функций с точностью до 0,001.

- | | | | |
|-----|-------------------|------|-------------------------------|
| 2.1 | $\arcsin 0,53$. | 2.2 | $\operatorname{arctg} 0,97$. |
| 2.3 | $\cos 59^\circ$. | 2.4 | $\ln 1,01$. |
| 2.5 | $\sin 44^\circ$. | 2.6 | $2^{2,1}$. |
| 2.7 | $\lg 11$. | 2.8 | $\sqrt[5]{33}$. |
| 2.9 | $\cos 29^\circ$. | 2.10 | $\arccos 0,49$. |

3 Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

- 3.1 $y = \frac{x}{1+x^2}, [-2, 2]$.
 3.2 $y = x + \sin 2x, [0, \frac{\pi}{3}]$.
 3.3 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \cos x, [0, \frac{\pi}{2}]$.
 3.4 $y = x^3 - x^2 - x + 1, [-2, 2]$.
 3.5 $y = x^5 - 2x^3 + x, [-2, 3]$.

- 3.6 $y = \frac{x}{2} - \sin 2x, [-\pi, 0].$
 3.7 $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}, [-1, 1].$
 3.8 $y = \operatorname{tg} 2x - x, [0, \frac{\pi}{4}].$
 3.9 $y = \frac{x}{2} - \cos x, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}].$
 3.10 $y = x^3 + 2x^2 - 7x + 4, [0, 2].$

4 С помощью правила Лопиталя вычислите предел функции.

- 4.1 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\ln x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-\sin x)}{\operatorname{tg} x}.$
 4.2 1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1-\sin \frac{\pi}{2}x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{2} \operatorname{ctg}(x-2).$
 4.3 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{x}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$
 4.4 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 3x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 2x) \operatorname{ctg} x.$
 4.5 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^2 2x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$
 4.6 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos \frac{\pi}{2}x}{1-\sqrt{x}};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\frac{1}{\ln(2(x-1))}}.$
 4.7 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1+\ln \operatorname{ctg} x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{x^2+2}.$
 4.8 1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)};$ 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \arctg x) \ln x.$
 4.9 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\operatorname{ctg} x}}{\frac{1}{e^x}};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 6x}.$
 4.10 1) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos x}{\sin^2 7x};$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right).$

5 Используя методы дифференциального исчисления, исследуйте функцию и постройте ее график.

- 5.1 1) $y = \frac{2x^2+x}{x-1};$ 2) $y = x^3 e^x.$
 5.2 1) $y = \frac{x^2-1}{x};$ 2) $y = e^{-x^2}.$
 5.3 1) $y = \frac{x^3}{x^2-1};$ 2) $y = \ln(x^2 - 2x + 2).$
 5.4 1) $y = \frac{x^2-x-6}{x+2};$ 2) $y = \frac{1}{e^x-1}.$
 5.5 1) $y = \frac{x^2}{x-2};$ 2) $y = \frac{3 \ln x}{\sqrt{x}}.$
 5.6 1) $y = \frac{x-2}{x+2};$ 2) $y = x e^{-x}.$
 5.7 1) $y = \frac{x}{1-x^2};$ 2) $y = x + \frac{\ln x}{x}.$
 5.8 1) $y = \frac{x^2+8x-6}{x};$ 2) $y = \sqrt{1-2x^2}.$
 5.9 1) $y = \frac{x^2+1}{x^2-1};$ 2) $y = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}.$
 5.10 1) $y = \frac{x^2}{x+4};$ 2) $y = x - \frac{\ln x}{x}.$

6 Найдите указанные неопределенные интегралы. Полученные результаты проверьте дифференцированием.

- 6.1 1) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2 \cos x}}$; 2) $\int x e^x dx$.
 6.2 1) $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+5}}$; 2) $\int x^2 \sin x dx$.
 6.3 1) $\int \frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$; 2) $\int e^{2x} \cos x dx$.
 6.4 1) $\int \frac{1+3x}{\sqrt{1+4x^2}} dx$; 2) $\int x^2 3^x dx$.
 6.5 1) $\int \frac{\sqrt[3]{3+\ln x}}{x} dx$; 2) $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$.
 6.6 1) $\int \frac{e^{3x} dx}{e^{6x}+1}$; 2) $\int 2^x x dx$.
 6.7 1) $\int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx$; 2) $\int x^2 \cos x dx$.
 6.8 1) $\int \frac{\arcsin^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; 2) $\int e^x \sin 3x dx$.
 6.9 1) $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; 2) $\int \operatorname{arctg} x dx$.
 6.10 1) $\int \frac{\operatorname{arcctg} x}{1+x^2} dx$; 2) $\int \ln x dx$.

7 Найдите указанные неопределенные интегралы.

- 7.1 1) $\int \frac{x^2-x+1}{x^4+2x^2-3} dx$; 2) $\int \sin 5x \cos 7x dx$;
 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5x-6}}$.
 7.2 1) $\int \frac{x^2 dx}{x^3+5x^2-6}$; 2) $\int \frac{dx}{3+5 \cos 2x}$;
 3) $\int \sqrt{4-x^2} dx$.
 7.3 1) $\int \frac{2x+3}{x^2+5x-6} dx$; 2) $\int \cos^3 x dx$;
 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$.
 7.4 1) $\int \frac{x^3+5x^2-1}{x^2-1} dx$; 2) $\int \sin^4 x dx$;
 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x-4}}$.
 7.5 1) $\int \frac{dx}{x^3+8}$; 2) $\int \sin^3 2x dx$;
 3) $\int x \sqrt{1-x^2} dx$.
 7.6 1) $\int \frac{dx}{x^3-8}$; 2) $\int \sin 6x \sin 8x dx$;
 3) $\int \sqrt{x^2+4} dx$.
 7.7 1) $\int \frac{x^2+5x+8}{x^2+3x-2} dx$; 2) $\int \operatorname{tg}^4 x dx$;
 3) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.
 7.8 1) $\int \frac{x^3+2}{x^4+3x^2} dx$; 2) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}$;
 3) $\int \sqrt{x^2+6x-7} dx$.

$$\begin{array}{ll}
7.9 & 1) \int \frac{2x+1}{x^3-1} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 1}; \\
& 3) \int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx. \\
7.10 & 1) \int \frac{3x-6}{x^3+8} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{3-\sin 2x}; \\
& 3) \int \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}} dx.
\end{array}$$

8 Вычислите указанный определенный интеграл, используя формулу Ньютона–Лейбница.

$$\begin{array}{ll}
8.1 & \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx. \quad 8.2 \quad \int \frac{\ln^2 x}{x} dx. \\
8.3 & \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx. \quad 8.4 \quad \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x dx. \\
8.5 & \int_0^1 x^2 e^x dx. \quad 8.6 \quad \int \ln x dx. \\
8.7 & \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx. \quad 8.8 \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx. \\
8.9 & \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx. \quad 8.10 \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx.
\end{array}$$

9 Вычислите указанный несобственный интеграл или докажите, что он расходится.

$$\begin{array}{ll}
9.1 & \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx. \quad 9.2 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+16}. \\
9.3 & \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}. \quad 9.4 \quad \int_1^3 \frac{dx}{(x-1)^2}. \\
9.5 & \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}. \quad 9.6 \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2-x+1}. \\
9.7 & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2+1)^2}. \quad 9.8 \quad \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}. \\
9.9 & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx. \quad 9.10 \quad \int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.
\end{array}$$

10 Вычислите указанные числовые характеристики геометрических фигур при помощи определенного интеграла.

10.1 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 1$, $y = 3x + 7$.

10.2 Вычислите площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $\rho = 3(1 + \cos \varphi)$.

10.3 Вычислите длину дуги линии $y = \sqrt{(x-2)^3}$ от точки $A(2; 0)$ до точки $B(6; 8)$.

10.4 Вычислите длину одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$, где $t \in [0, 2\pi]$.

10.5 Вычислите длину кардиоиды $\rho = 3(1 - \cos \varphi)$.

10.6 Вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{2}{1+x^2}$, $y = x^2$.

10.7 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x - 6$, $y = 2$.

10.8 Вычислите площадь фигуры, ограниченной четырехлепестковой розой $\rho = 3 \sin 2\varphi$.

10.9 Вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

10.10 Вычислите площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды $x = 5(t - \sin t)$, $y = 5(1 - \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$ и осью Ox .

Контрольная работа 3

1 Исследуйте ряд на сходимость.

1.1	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n$	1.2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2}{n!}$
1.3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$	1.4	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n}{3n+5}\right)^n$
1.5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n}$	1.6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(3n+1)^3}$
1.7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(n+1)^2}{(n+1)!}$	1.8	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n^2}$
1.9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$	1.10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

2 Найдите область сходимости ряда.

2.1	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(x-1)^n}{n^2}$	2.2	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2n}$
2.3	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+1}$	2.4	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(x+1)^n}{n}$
2.5	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(2n)!}$	2.6	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^n}$
2.7	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 3^n}$	2.8	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{2^n}$
2.9	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2 \cdot 2^n}$	2.10	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n!}$

3 Проверьте, удовлетворяет ли указанному уравнению данная функция $z(x, y)$.

3.1	$z = \ln x + \frac{y}{x},$ $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} + y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$
3.2	$z = \frac{y}{x},$ $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
3.3	$z = e^{xy},$ $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0.$

- 3.4 $z = \ln(x + e^{-y}),$
 $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$
- 3.5 $z = \frac{y}{x},$
 $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
- 3.6 $z = e^{xy},$
 $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
- 3.7 $z = xe^{\frac{y}{x}},$
 $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
- 3.8 $z = \ln(x^2 - y^2),$
 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
- 3.9 $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x},$
 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$
- 3.10 $z = e^{-(x+3y)} \cdot \sin(x + 3y),$
 $9 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

4 Исследуйте на экстремум функцию.

- 4.1 $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$
- 4.2 $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$
- 4.3 $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$
- 4.4 $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$
- 4.5 $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20.$
- 4.6 $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5.$
- 4.7 $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10.$
- 4.8 $z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1.$
- 4.9 $z = 4(x - y) - x^2 - y^2.$
- 4.10 $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2.$

5 Найдите общее решение дифференциального уравнения.

- 5.1 $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0.$
- 5.2 $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3.$
- 5.3 $y' + 2y = y^2 e^x.$
- 5.4 $\frac{1}{x}dy - \frac{y}{x^2}dx = 0.$
- 5.5 $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0.$
- 5.6 $x^2y' + xy + 1 = 0.$
- 5.7 $xydy = (y^2 + x)dx.$

$$5.8 \frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0.$$

$$5.9 xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$5.10 (\sin y + y \sin x + \frac{1}{x}) dx + (x \cos y - \cos x + \frac{1}{y}) dy = 0.$$

6 Найдите решение задачи Коши.

$$6.1 y'' + 7y' + 12y = 24x^2 + 16x - 15, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$6.2 y'' + y' - 6y = -18x^2 - 29, y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

$$6.3 y'' + 5y' + 6y = 3, y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

$$6.4 y'' - 4y' = -12x^2 + 6x - 4, y(0) = 0, y'(0) = -1.$$

$$6.5 y'' - y = x^2 - x - 1, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$6.6 y'' + 3y' = 9x, y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

$$6.7 y'' + 4y' + 5y = 5x^2 - 32x + 5, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$6.8 y'' - 2y' = x^2 - x, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

$$6.9 y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65, y(0) = -1, y'(0) = 1.$$

$$6.10 y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, y(0) = 1, y'(0) = 4.$$

7 Решите систему дифференциальных уравнений двумя способами: 1) методом исключения переменных; 2) методом характеристик.

$$7.1 \begin{cases} \dot{x} = -3x - 4y, \\ \dot{y} = -2x - 5y. \end{cases} \quad 7.2 \begin{cases} \dot{x} = x + 5y, \\ \dot{y} = -x - 3y. \end{cases}$$

$$7.3 \begin{cases} \dot{x} = -x + 8y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases} \quad 7.4 \begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = x - 3y. \end{cases}$$

$$7.5 \begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 4y - 2x. \end{cases} \quad 7.6 \begin{cases} \dot{x} = y - 2x, \\ \dot{y} = 2y - 3x. \end{cases}$$

$$7.7 \begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = -y - 2x. \end{cases} \quad 7.8 \begin{cases} \dot{x} = x + 5y, \\ \dot{y} = -x - 3y. \end{cases}$$

$$7.9 \begin{cases} \dot{x} = -3x - y, \\ \dot{y} = x - y. \end{cases} \quad 7.10 \begin{cases} \dot{x} = x - 4y, \\ \dot{y} = x + y. \end{cases}$$

8 Вычислите двойной интеграл по области D , ограниченной указанными линиями.

- 8.1 $\iint_D (x^2 + y) dx dy$, $D: y = x^2, x = y^2$.
- 8.2 $\iint_D xy^2 dx dy$, $D: y = x^2, y = 2x$.
- 8.3 $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$, $D: y = x, xy = 1, y = 2$.
- 8.4 $\iint_D y^2(1 + 2x) dx dy$, $D: x = 2 - y^2, x = 0$.
- 8.5 $\iint_D e^y dx dy$, $D: y = \ln x, y = 0, x = 2$.
- 8.6 $\iint_D y(1 + x^2) dx dy$, $D: y = x^3, y = 3x$.
- 8.7 $\iint_D xy dx dy$, $D: y = \sqrt{x}, y = 0, x + y = 2$.
- 8.8 $\iint_D (x^3 + 3y) dx dy$, $D: x + y = 1, y = x^2 - 1, x \geq 0$.
- 8.9 $\iint_D \sin(x + y) dx dy$, $D: y = 0, y = x, x + y = \frac{\pi}{2}$.
- 8.10 $\iint_D \frac{xdxdy}{x^2 + y^2}$, $D: y = \frac{1}{2}x^2, y = x$.

9 Найдите работу силы \vec{F} при перемещении точки вдоль линии (MN) от точки M к точке N .

- 9.1 $\vec{F} = (x^2 - y^2)\vec{i} + xy\vec{j}$; $(MN): x = y^2; M(1, -1); N(1, 1)$.
- 9.2 $\vec{F} = (x - y)\vec{i} + (x + y)\vec{j}$; $(MN): y = x^2 + 1; M(-1, 2); N(1, 2)$.
- 9.3 $\vec{F} = (xy - y^2)\vec{i} + x\vec{j}$; $(MN): y = 2x^2; M(-1, 2); N(0, 0)$.
- 9.4 $\vec{F} = (y^2 + 2x)\vec{i} + (x^2 + 2y)\vec{j}$; (MN) : отрезок MN ; $M(0, 2); N(-4, 0)$.
- 9.5 $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j}$; $(MN): x^2 + y^2 = 4, x \geq 0; M(2, 0); N(0, 2)$.
- 9.6 $\vec{F} = -x\vec{i} + y\vec{j}$; $(MN): x^2 + \frac{y^2}{9} = 1, x \geq 0; M(1, 0); N(0, 3)$.
- 9.7 $\vec{F} = xy\vec{i} - 2y\vec{j}$; $(MN): y = -x^3; M(-1, 1); N(1, -1)$.
- 9.8 $\vec{F} = x^2\vec{i} - xy\vec{j}$; $(MN): y = \cos x; M(-\frac{\pi}{2}, 0); N(\frac{\pi}{2}, 0)$.
- 9.9 $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y^2)\vec{j}$; $(MN): y = -x; M(2, -2); N(1, -1)$.
- 9.10 $\vec{F} = (x^2 - 2xy)\vec{i} + (y^2 - 2xy)\vec{j}$; $(MN): y = x^2; M(-1, 1); N(1, 1)$.

10 Вычислите.

- 10.1 $(1+i)^8$. 10.2 $(1-i)^{10}$.
10.3 $(-1+\sqrt{3}i)^{12}$. 10.4 $(-\sqrt{3}+i)^9$.
10.5 $(-2+2i)^6$. 10.6 $(\sqrt{3}-i)^8$.
10.7 $(-\sqrt{3}-i)^4$. 10.8 $(4-4i)^7$.
10.9 $(-7+7i)^6$. 10.10 $(2\sqrt{3}-2i)^9$.

11 Проверьте, является ли функция $f(z)$ аналитической.

- 11.1 $f(z) = z^2\bar{z}$. 11.2 $f(z) = ze^z$.
11.3 $f(z) = e^{z^2}$. 11.4 $f(z) = z\operatorname{Re}\bar{z}$.
11.5 $f(z) = \bar{z}\operatorname{Im}z$. 11.6 $f(z) = \sin \bar{z}$.
11.7 $f(z) = e^{2z}$. 11.8 $f(z) = 2z^2 - 3iz$.
11.9 $f(z) = z\bar{z} - z\operatorname{Im}z$. 11.10 $f(z) = z \cos z$.

Литература

- 1 Бутузов, В. Ф. Математический анализ в вопросах и задачах / В. Ф. Бутузов [и др.]. — М.: Физматлит, 2001.
- 2 Гусак, А. А. Задачи и упражнения по высшей математике. В 2-х т. Т. 1 / А. А. Гусак. — Мн.: Выш. шк., 1988.
- 3 Гусак, А. А. Задачи и упражнения по высшей математике. В 2-х т. Т. 2 / А. А. Гусак. — Мн.: Выш. шк., 1988.
- 4 Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. — Мн.: Выш. шк., 1986.
- 5 Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. — Мн.: Выш. шк., 1986.
- 6 Краснов, М. Л. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. — М.: Наука, 1978.
- 7 Краснов, М. Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. — М.: Наука, 1971.
- 8 Марон, И. А. Дифференциальное и интегральное исчисление в примерах и задачах. Функции одной переменной / И. А. Марон. — СПб.: Лань, 2008.
- 9 Рябушко, А. П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 1 / Под общ. ред. А. П. Рябушко. — Мн.: Выш. шк., 2008.
- 10 Рябушко, А. П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 2 / Под общ. ред. А. П. Рябушко. — Мн.: Выш. шк., 2009.
- 11 Рябушко, А. П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 3 / Под общ. ред. А. П. Рябушко. — Мн.: Выш. шк., 2009.

Учебное издание

ДЕНИСЕНКО Тамара Андреевна
КУРНОСЕНКО Николай Михайлович
ХОДАНОВИЧ Дмитрий Александрович

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

**Задания к контрольным работам для студентов
заочного факультета специальности 1-53 01 02
«Автоматизированные системы обработки
информации»**

Подписано в печать 17.12.2009 (111). Формат 60 × 90 1/16. Бумага писчая № 1. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 1,3. Уч.-изд. 1,0. Тираж 25 экз.

Отпечатано в учреждении образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»
246019, г. Гомель, ул. Советская, 104.